

Tentamen i SE1055 Hållfasthetslära grundkurs med energimetoder, 2 juni 2017

Resultat finns på Mina Sidor senast 28/6 2017 kl. 17. Begäran av omprövning inom en månad.

Hjälpmedel: Formelsamling i hållfasthetslära, matematisk handbok och räknedosa.

Examinator: Bo Alfredsson, tel 790 7667

OBS! Skriv endast på en sida av bladen.

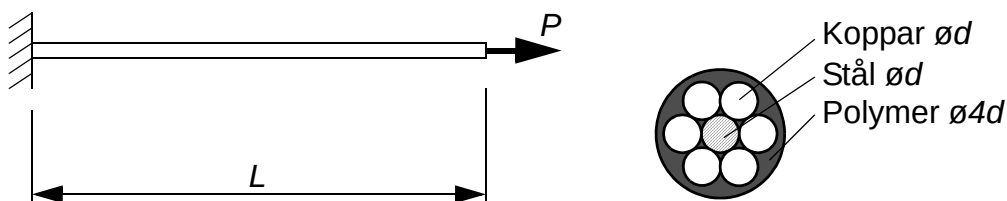
Skriv tydligt namn, program och personnummer på varje blad.

Rita gärna figurer i färg men ej med rödpenna.

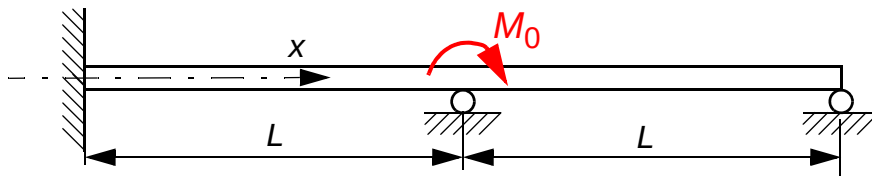
Betygsgränser: 0 - 11 ger F; 12 - 13 ger FX; 14 - 17 ger E; 18 - 21 ger D; 22 - 24 ger C; 25 - 28 ger B; 29 - 40 ger A. FX = möjlig komplettering till E.

1. En elektrisk kabel (se figuren) består av en stålwire och 6 kopparledare som är ingjutna i en polymer. Tvärsnitt enligt figur. Hur mycket förlängs kabeln då den sträcks med en kraft P .

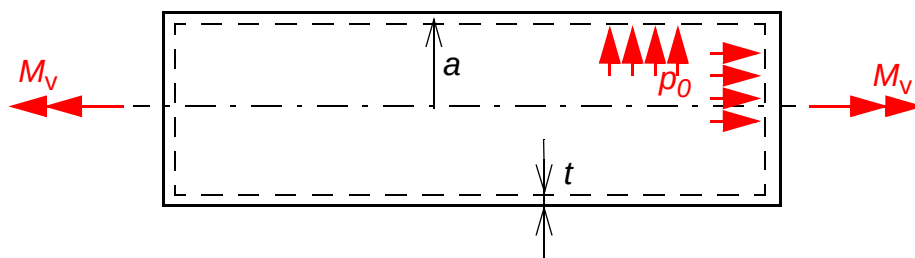
Elasticitetsmodulerna är: $E_{\text{stål}} = 10 \cdot E$, $E_{\text{koppar}} = 5 \cdot E$ och $E_{\text{polymer}} = E$.



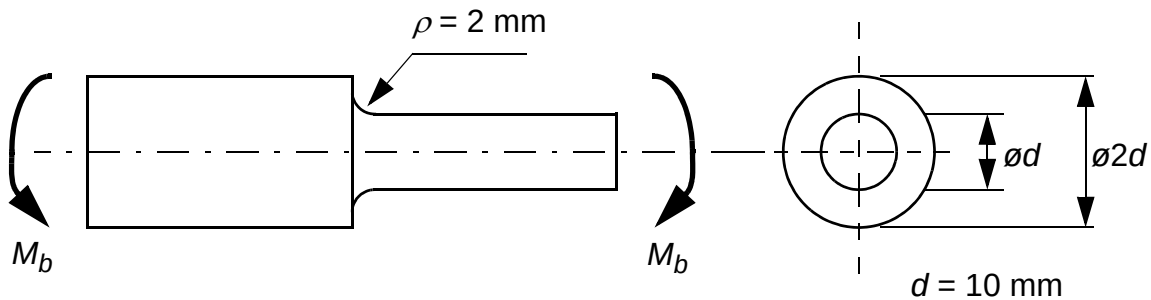
2. Balken i figuren utsätts för ett böjande moment M_0 i vid mittenstödet. Bestäm den vertikala reaktionskraften i mittenstödet. Balken har böjstyvheten EI . (6p)



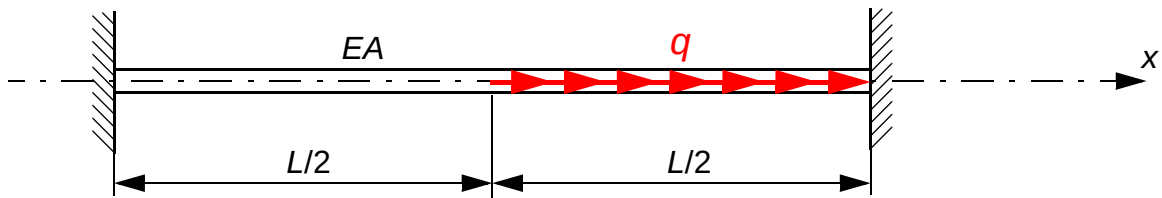
3. Ett slutet tunnväggigt rör med cirkulärt tvärsnitt (medelradie $a = 200$ mm, godstjocklek $t = 1$ mm) belastas med ett vridmoment M_v och ett inre övertryck $p_0 = 2$ bar (0,2 MPa). Bestäm det tillåtna vridmoment $M_{v\text{till}}$ som ger säkerheten $n_s = 5$ mot plasticering i manteln (dvs. i den cylindriska delen, långt från gavlarna) enligt von Mises flytvillkor. Materialet har sträckgränsen $\sigma_s = 450$ MPa. Säkerheten mot plasticering $n_s = 5$. (6p)



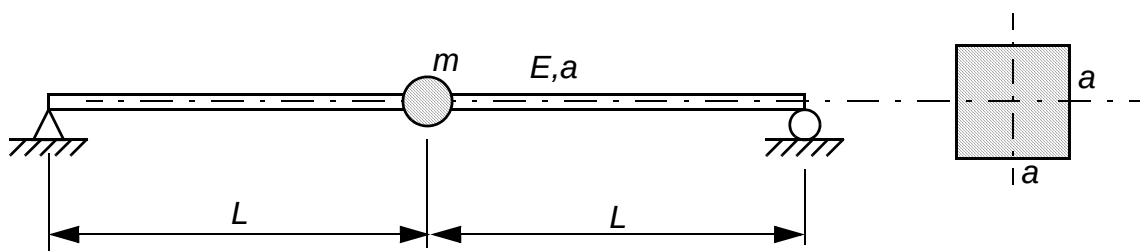
4. En axel med cirkulärt tvärsnitt utsätts vid anvisningen för ett böjande moment $M_b = M_{b,\text{mitt}} \pm M_{b,\text{amp}}$ där $M_{b,\text{mitt}} = 10 \text{ Nm}$. Bestäm hur stor $M_{b,\text{amp}}$ får vara om säkerheten är mot utmattning vid varierande amplitud ska vara $n_u = 2$. Materialet är stål 1550-01 och ytfinheten $R_a = 5 \mu\text{m}$. (5p)



5. En stång är fast inspänd mellan två stela väggar. På den högra halvan av stången verkar en utbredd volymskraft $q \text{ [N/m}^3\text{]}$, se figuren. Bestäm approximativt förskjutningsfältet $u(x)$ hos stången med hjälp av potentiella energins minimum. Stången är L lång med elasticitetsmodul E och tvärsnittsarea A . (6p)



6. En punktmassa är monterad mitt på en fritt upplagd masslös balk enligt figuren. Hela systemet med stöd, balk och massa har en vertikal hastighet v_0 riktad nedåt. Vid tiden $t = 0$ stannar plötsligt stöden. Bestäm största böjspänning σ_{max} i balken. Balken har kvadratisk tvärsnitt med sidan a , elasticitetsmodul E och orientering enligt figuren. (6p)



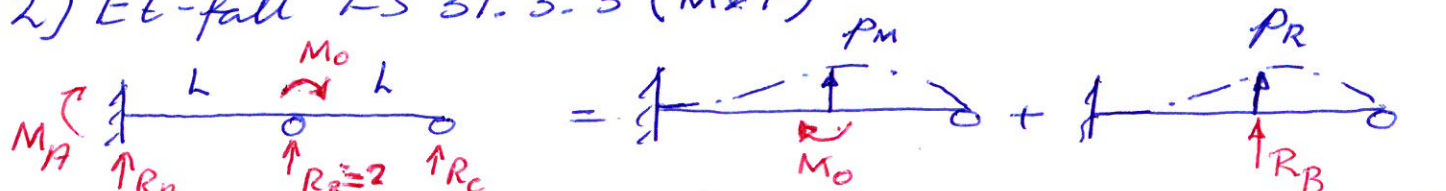
..... Här slutar tentan

6 kunde varit:

En quarnevalsfisk åker lastbilsflak. Lastbilen kör ned i en grop. Eftersom lastbilen är stel jämfört med fisken tvärstoppar flaket men det gör inte fisken. Håller den?



2) Et-fall FS 31.3.3 (M&P)

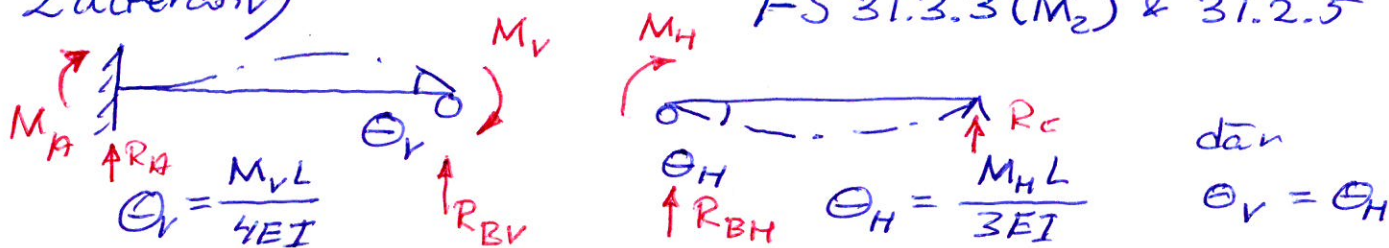


$P_M + P_R = 0$ pga stödet B!

$$P_M = \frac{M_0(2L)^2}{4EI} \cdot \frac{1}{8} \left(\frac{1}{4} - 2\frac{1}{4} \right) ; P_R = \frac{R_B(2L)^3}{12EI} \cdot \frac{1}{4} \left(3 + \frac{1}{2} \right)$$

$$= -\frac{M_0 L^2}{32EI} \quad = \frac{R_B L^3 \cdot 7}{3 \cdot 32EI} \Rightarrow R_B = \frac{3M_0}{7L}$$

2 alternativ)

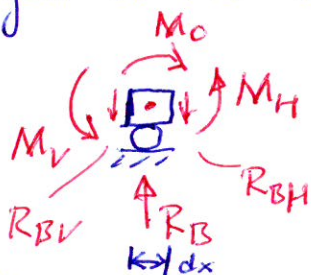


FS 31.3.3 (M₂) & 31.2.5

där $\Theta_V = \Theta_H$

$$\Theta_V = \frac{M_V L}{4EI} \quad \Theta_H = \frac{M_H L}{3EI}$$

jämv. vid B



$$\begin{aligned} \sum \mathcal{M}_B &= 0 \\ M_0 - M_V - M_H &= 0 \\ \Rightarrow M_0 - M_H \left(1 + \frac{4}{3} \right) &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{M_V L}{4EI} = \frac{M_H L}{3EI} \Rightarrow M_V = \frac{4}{3} M_H$$

$$M_H = \frac{3}{7} M_0, \quad M_V = \frac{4}{7} M_0$$

FS 31.3.3

$$M_A = \frac{1}{2} M_V = \frac{2}{7} M_0$$

Jämv. vänsterdel

$$\sum \mathcal{M}_A = 0 \quad R_{BV} L - M_A - M_V = 0$$

$$R_{BV} = \frac{6}{7} \frac{M_0}{L}$$

Jämv. högerdel

$$\sum \mathcal{M}_C = 0 \quad R_{BH} L + M_H = 0$$

$$R_{BH} = -\frac{3M_0}{7L}$$

Jämv. vid B: $\uparrow R_B - R_{BV} - R_{BH} = 0 \Rightarrow R_B = \frac{3}{7} \frac{M_0}{L}$

3) I-manteln:

$$\sigma_\varphi = \frac{p_0 a}{t}, \quad \sigma_z = \frac{p_0 a}{2t}, \quad \tau_{\varphi z} = \frac{M_V}{2\pi a^2 t}$$

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_\varphi^2 + \sigma_z^2 - \sigma_\varphi \sigma_z + 3\tau_{\varphi z}^2} = \sigma_{till} = \frac{\sigma_s}{n_s}$$

$$\tau_{\varphi z, s} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\sigma_{till}^2 - \sigma_\varphi^2 - \sigma_z^2 + \sigma_\varphi \sigma_z} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\sigma_{till}^2 - 3 \left(\frac{p_0 a}{2h} \right)^2}$$

$$M_{V, till} = \frac{2\pi a^2 t}{\sqrt{3}} \sqrt{\left(\frac{\sigma_s}{n_s} \right)^2 - 3 \left(\frac{p_0 a}{2h} \right)^2} \Rightarrow M_{V, till} = 12,05 \text{ kNm}$$

5) Potentiella energin. FS 5.15 med FS 6.52

$$U = W - \int_V K_x u_x dV = \int_0^L \frac{EA}{2} u_x'^2 dx - \int_{L/2}^L qA u_x dx$$

Ansats: $u_x = a \cdot x(L-x)$ uppfyller $u_x(0) = 0$, $u_x(L) = 0$

$$u_x = a(Lx - x^2)$$

$$u_x' = a(L - 2x)$$

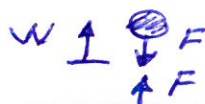
$$U = \frac{EA}{2} a^2 \int_0^L (L^2 - 4Lx + 4x^2) dx - qAa \int_{L/2}^L (Lx - x^2) dx$$

$$= \frac{EA}{2} a^2 \left(L^3 - \frac{4}{2} L^3 + \frac{4}{3} L^3 \right) - qAa \left(\frac{L^3}{2} - \frac{L^3}{3} - \frac{L^3}{8} + \frac{L^3}{24} \right)$$

$$= \frac{EA}{2} a^2 \frac{L^3}{3} - qAa \frac{L^3}{12} \quad \frac{\partial U}{\partial a} = \frac{EAL^3}{3} a - \frac{qAL^3}{12} = 0$$

$$a = q/4E \quad \Rightarrow \quad \underline{u_x = \frac{q}{4E} x(L-x)}$$

6)



$$m: \uparrow -F = m\ddot{w} \quad (1)$$

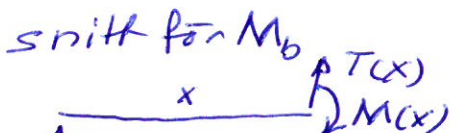
$$B) R_A \cdot 2L + FL = 0 \quad R_A = -\frac{F}{2}$$

$$FS 31.2.1 \quad W = S = \frac{F(2L)^3}{3EI} \cdot \frac{1}{16} = \frac{FL^3}{6EI} \quad (2)$$

$$(1) \& (2) \quad m\ddot{w} + \frac{6EI}{L^3} w = 0 \Rightarrow w = C_1 \cos \omega_e t + C_2 \sin \omega_e t, \quad \omega_e = \sqrt{\frac{6EI}{mL^3}}$$

$$BV: w(0) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$$

$$\dot{w}(0) = v_0 \Rightarrow C_2 = \frac{v_0}{\omega_e} \Rightarrow w = \frac{v_0}{\omega_e} \sin \omega_e t, \quad \text{max för } w = \frac{v_0}{\omega_e} \quad \omega_e t = \frac{3\pi}{2}$$



$$\uparrow R_A$$

$$\sum \uparrow R_A x + M(x) = 0$$

$$M(x) = -R_A x$$

$$\text{max för } x=L \quad M_b = -R_A L = \frac{FL}{2} = \frac{6EI}{L^3} \cdot \frac{L}{2} w_{\text{max}} = \frac{6EI}{L^3} \cdot \frac{L}{2} \frac{v_0}{\omega_e}$$

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_b a/2}{I} = \frac{3EI a}{L^2 2I} \frac{v_0}{\omega_e} = \frac{3Ea v_0 \sqrt{mL^3}}{2L^2 \sqrt{6EI}} = \sqrt{\frac{E^2 a^2 m L^3}{4L^4 6Ea^2}} 3v_0$$

$$\underline{\tau_{\text{max}} = \sqrt{\frac{mE}{2La^2}} 3v_0}$$

Enhetkoll:

$$\left(\frac{Ns^2}{m} \cdot \frac{N}{m^2} \cdot \frac{1}{m^3} \right)^2 \frac{m}{s} = \left(\frac{N^2 s^2}{m^4 m^2} \right)^{1/2} \frac{m}{s} = \frac{N}{m^2} \dots$$