

Tentamen i Modern Fysik SH1014

14.00-19.00, 2024-01-08, KTH, Stockholm

Examinator/lärare för SH1014: Torbjörn Bäck (073-7650590), Pär Olsson (073-7650538)

Tillåtna hjälpmedel: miniräknare

Formelblad delas ut tillsammans med tentamenslydelsen

Tentamen består av 8 problem som vardera ger maximalt 5 poäng. För godkänt krävs 20 poäng. Betyget baseras på uppnådd poäng. Betygskriterierna är följande:
A:36-40, B:32-35.5, C:28-31.5, D:24-27.5, E:20-23.5, Fx:18-19.5, F:0-17.5

Motivera dina svar tydligt med uträkningar och text (och bilder när det är lämpligt). Skriv tydligt.

Gör dina egna, rimliga, uppskattningar när det behövs. Det ska framgå tydligt från din text vilka antaganden och uppskattningar du gjort.

Lycka Till!

1. Renen Rudolf har enligt legenden en röd lysande mule och detta beror givetvis på den stora utmaning som jultomten står inför att hinna leverera paket till en betydande del av världens befolkning på ett dygn. En aktivt springande ren har en kroppstemperatur på ca 40°C . Detta ger upphov till ett emissionspektrum av svartkroppsstrålning.

a) Vad är våglängden för intensitetsmaximat från Rudolfs mule, när han är i vila efter en spurt? [2 p]

Under julen färdas Rudolf i så hög hastighet att detta maximum skiftas till klarrött (ca 680 nm våglängd) för de som ser honom komma rakt emot sig.

b) Hur fort springer Rudolf under julen när han hjälper jultomten till alla hem? [3 p]

2. En partikel med massan m befinner sig i en endimensionell potential, $U(x)$. Partikelns vågfunktion kan skrivas:

$$\psi(x) = \begin{cases} Axe^{-ax} & \text{för } x > 0 \\ 0 & \text{för } x \leq 0 \end{cases}$$

a) Normera vågfunktionen, dvs bestäm konstanten A . [2 p]

b) Bestäm $U(x)$ och beräkna partikels energi, E . [3 p]

3. En väteatom befinner sig i sitt grundtillstånd.

a) Vad är kvanttalen (n, l, m_l) för detta tillstånd? [1 p]

b) Bestäm den mest sannolika radien, r_0 , för väteatomen, uttryckt i a_0 . [2 p]

c) Beräkna väntevärdet för radien, $\bar{r}$, uttryckt i a_0 . [2 p]

4. Den diatomära molekylen CX, där X är ett okänt grundämne, har en fjäderkonstant på 1860 N/m och ett jämviktsavstånd på 0.113 nm. Våglängden på de fotoner som absorberas vid en vibrationsövergång ($\Delta V = 1$) är ~~741 nm~~, 4656 nm, där V är vibrationskvanttalet.

a) Beräkna den reducerade massan för CX. [2 p]

b) Vilken molekyl är detta? [1 p]

c) Beräkna energin, dels för det första exciterade vibrationstillståndet, dels för det första exciterade rotationstillståndet, för CX. [2 p]

5. KTH-studenten Hubert har byggt en elektronaccelerator i sitt studentrum. Elektronerna frigörs från ett filament och accelereras över ett spänningsgap med spänningen $U = 52 \text{ V}$ i vakuum. De får därefter träffa olika kristallina material som Hubert vill undersöka.

a) Vilken de Broglie-våglängd har elektronerna när de träffar kristallen? [2 p]

Efter några experiment med elektronvågorna så bestämmer sig Hubert för att bygga om sin elektronaccelerator till ett röntgenrör. Hans plan är att öka spänningen U och låta de accelererade elektronerna träffa en volfram-anod, från vilken röntgenstrålningen emitteras.

b) Vad kallas den process/strålning som ger upphov till ett kontinuerligt energispektrum av högenergetiska fotoner som skickas ut från volfram-anoden? [1 p]

c) Hubert vill att röntgenrörets maximala fotonenergi ska motsvara en fotonvåglängd som överensstämmer med de Broglie-våglängden i uppgift (a) ovan. Vilket värde på U ska Hubert använda för sitt röntgenrör för att detta ska vara möjligt? [2 p]

6. Bränslestavarna i kärnreaktorer fortsätter att producera värme även lång tid efter att kärnkraftverket stängs av. Det beror på att ett stort antal radioaktiva ämnen, som producerats vid drift, fortsätter att sönderfalla. Detta måste man ta hänsyn till vid förvaring av använt bränsle både på korta och långa tidsskalor.

En typiskt svensk kärnreaktor har en bränslehard på 100 ton som består av urandioxid. En nuklid som produceras i stor mängd under drift är plutonium-239 som har en halveringstid på 24110 år. Antag att mängden Pu-239 är 0.5% av hardens totalvikt då reaktorn stängs av.

a) Använd relevanta massor från formelbladet och beräkna Q_α -värdet för alfa-sönderfallet av Pu-239. Ange svaret i enheten MeV med tre decimaler. [3 p]

b) Vid varje alfa-sönderfall av Pu-239 så bromsar alfa-partikeln och även den rekylrande dotterkärnan snabbt ner i materialet och de genererar därav värmeenergi motsvarande Q_α -värdet. Använd ovanstående information för att räkna ut den totala värmeeffekten som hela mängden Pu-239 ger upphov till kort efter att reaktorn stängs av. Ange svaret i enheten W. [2 p]

7. En neutral natriumatom har, i sitt grundtillstånd, konfigurationen $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$.

a) Det exciterade tillståndet $1s^2 2s^2 2p^6 3p^1$ ligger avsevärt högre i energi (ca 2 eV högre) än grundtillståndet. Men för en väteatom så har tillstånden $3s^1$ och $3p^1$ samma (degenererade) energi. Varför skiljer sig energierna för de två olika l -tillstånden åt för natrium? Motivera ditt svar noga, gärna med en figur. [2 p].

b) Vilka av följande exciterade tillstånd för natrium är tillåtna? För otillåtna fall, motivera varför de är otillåtna. [3 p]

A: $1s^2 2s^2 2p^7$

B: $1s^2 2s^2 2p^6 4s^1$

C: $1s^2 2s^2 2p^5 2d^2$

D: $1s^2 2s^2 2p^4 3s^3$

E: $1s^1 2s^2 2p^6 3s^2$

F: $2s^2 2p^5 3s^1 3p^1 3d^1 4s^1$

8. En fysikalisk process som är viktig inom astrofysik är *inverterad Comptonspridning*. Till skillnad från den Comptonspridning som vi talat om i kursen (där elektronen är stillastående före kollisionen) så rör sig elektronen i denna process med en viss hastighet före kollisionen med fotonen. Detta gör att energi kan överföras till fotonen så att den får högre energi än den hade från början. Högenergetiska fotoner som genomgått sådana processer har observerats bland annat från så kallade *radiogalaxer*.

Vi betraktar här ett förenklat fall där kollisionen sker i en dimension, dvs partiklarna rör sig på x -axeln både före och efter kollisionen. En inkommande foton med energin $E_\gamma = 100$ keV kolliderar med en (från andra hållet inkommande) elektron med den kinetiska energin $E_k = 1$ MeV.

Beräkna fotonens energi, E'_γ efter denna (inversa) Comptonspridning. [5 p]