

Tentamen i Hållfasthetslära grundkurs med energimetoder (SE1055), 23 augusti, 2024

Resultat finns på Mina Sidor senast den 20 september, 2024.

Hjälpmedel: Formelsamling i hållfasthetslära, matematisk handbok och räknedosa.

Examinator: Peter Gudmundson, 076 213 2254

OBS! Skriv endast på en sida av bladen.

Skriv tydligt namn, program och personnummer på varje blad.

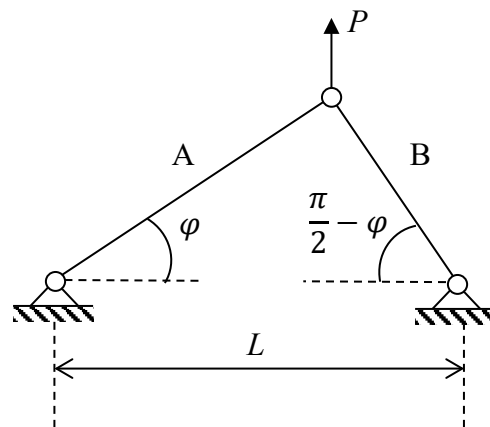
Rita gärna figurer i färg men ej med rödpenna.

Exakt metod ska användas för lösning om inte annat anges i uppgiften

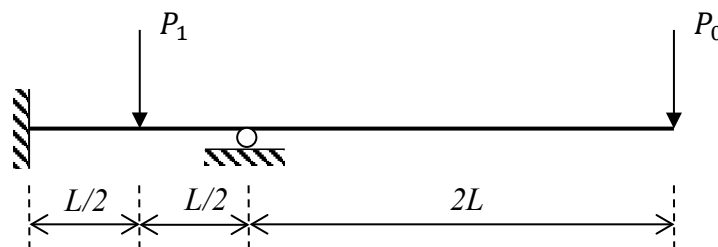
Betygsgränser: F: 0 - 11; FX: 12 - 13; E: 14 - 17; D: 18 - 21; C: 22 - 24; B: 25 - 28;

A: 29 - 40. FX = möjlig komplettering till E. Maximum 4 bonuspoäng.

1. Två stänger (A, B) är förbundna med varandra i tre glidleder. Inspänningen framgår av figuren nedan. Beräkna förskjutningen vertikalt av knutpunkten där kraften P angriper. Stängerna har tvärsnittsarean A och E-modulen E . (6p)



2. En balk med böjstyvheten EI är belastad med två krafter P_0 och P_1 enligt figur. bestäm förhållandet P_1/P_0 så att förskjutningen av angreppspunkten för P_0 är noll. (6p)



3. Förskjutningarna i planet på en tunn plåt har uppmätts till:

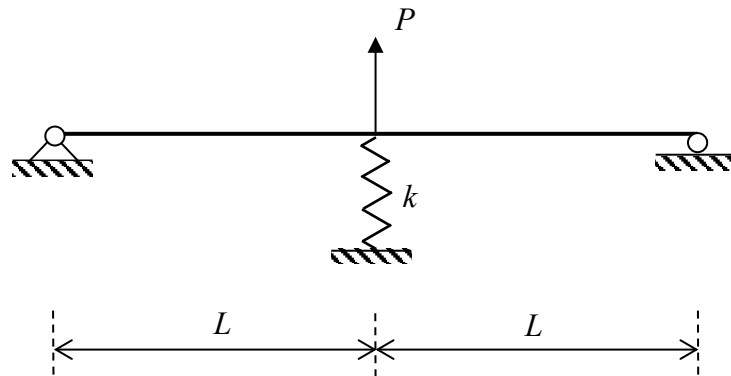
$$u_x = (1 + 2x^2 + 3xy + y^2) \cdot 10^{-3}$$

$$u_y = (-1 - x^2 + xy - 2y^2) \cdot 10^{-3}$$

Beräkna den största normaltöjningen i punkten $x = 1$, $y = 1$. (6p)

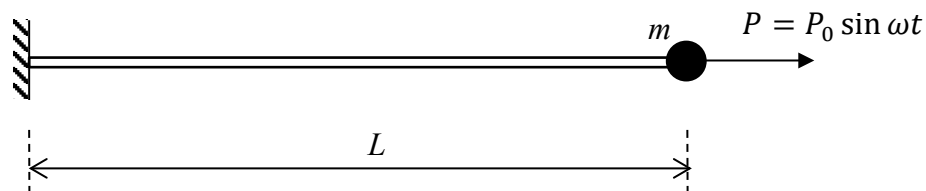
4. En balk med böjstyvheten EI belastas med en kraft P enligt figur. Balken är på mitten förbunden med en styvhet k som anger förhållandet mellan kraft och förlängning i styvheten. Bestäm utböjningen av kraftens angreppspunkt med hjälp av satsen om den potentiella energins minimum. Använd gärna en ansats som ger en symmetrisk utböjning. (6p)

Lösning med exakt metod ger inga poäng på uppgiften.



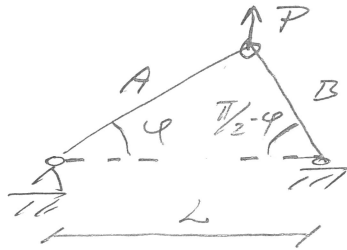
5. Ett tjockväggigt, cylindriskt, slutet tryckkärl med innerradien R och yterradien $2R$ är belastat med ett inre övertryck p . På insidan av tryckkärlet finns en trådtöjningsgivare monterad som registrerar normaltöjningen i omkretsled, $\varepsilon_\phi = 1 \cdot 10^{-3}$. Beräkna det inre övertrycket. Materialet i tryckkärlet beskrivs av E-modulen $E = 210$ GPa och Poissons tal $\nu = 0,3$. (6p)

6. En stång med längden L är i ena änden belastad med en kraft $P = P_0 \sin \omega t$. I änden på balken finns även en koncentrerad massa m . Stången har E-modulen E , densiteten ρ och tvärsnittsarean A . Beräkna rörelsen av den koncentrerade massan m . Hänsyn måste tas till dynamiska effekter och utbredd massa i stången. Det antages att initiala transienter har dämpats ut. (6p)



Lösung KONTAMEN 2024-08-23

1.



Stabilität:

$$\begin{cases} P - N_B \cos \varphi - N_A \sin \varphi = 0 \\ 0 = N_B \sin \varphi - N_A \cos \varphi = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow N_B = P \cos \varphi ; N_A = P \sin \varphi$$

Konstruktiv

$$\delta_A = \frac{N_A L \cos \varphi}{EA} = \frac{PL}{EA} \sin \varphi \cos \varphi$$

$$\delta_B = \frac{N_B L \sin \varphi}{EA} = \frac{PL}{EA} \sin \varphi \cos \varphi$$

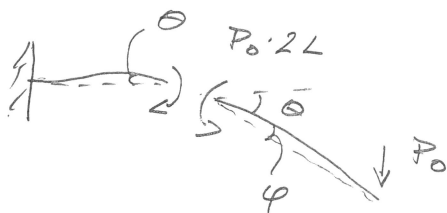
Kompabilität



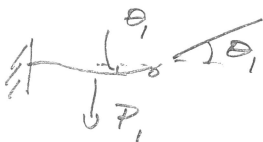
$$\Rightarrow \delta = -\delta_B \cos \varphi + \delta_A \sin \varphi$$

$$= \frac{PL}{EA} \sin \varphi \cos \varphi (\cos \varphi + \sin \varphi)$$

2.



$$\delta_0 = 2L(\theta + \varphi) = \frac{11}{3} \frac{P_0 L^3}{EI}$$



FS TAB 31.3.4

$$\theta = \frac{P_0 \cdot 2L \cdot \frac{L}{4EI}}{2EI} = \frac{P_0 L^2}{2EI}$$

FS TAB 31.2.5

$$\varphi = \frac{P_0 \cdot 2L \cdot 2L}{3EI} = \frac{4}{3} \frac{P_0 L^2}{EI}$$

FS TAB 31.3.4

$$\theta_1 = P_1 \frac{L^2}{4EI} \cdot \frac{1}{8}$$

$$\delta_1 = 2L \theta_1 = \frac{1}{16} \frac{P_1 L^3}{EI}$$

$$\delta_0 = \delta_1 \Rightarrow \frac{11}{3} \frac{P_0 L^3}{EI} = \frac{1}{16} \frac{P_1 L^3}{EI}$$

$$\Rightarrow P_1 = \frac{176}{3} P_0$$

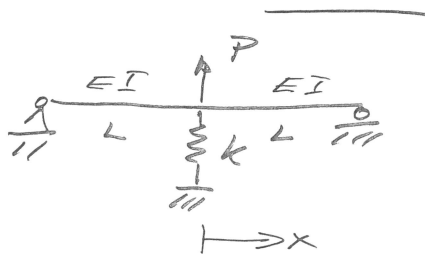
$$3. \quad \begin{cases} u_x = (1 + 2x^2 + 3xy + y^2) \cdot 10^{-3} \\ u_y = (-1 - x^2 + xy - 2y^2) \cdot 10^{-3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} = (4x + 3y) \cdot 10^{-3} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y} = (x - 4y) \cdot 10^{-3} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} = (x + 3y) \cdot 10^{-3} \end{cases}$$

$$x=y=1 \Rightarrow \varepsilon_x = 7 \cdot 10^{-3}; \quad \varepsilon_y = -3 \cdot 10^{-3}; \quad \gamma_{xy} = 4 \cdot 10^{-3}$$

$$FS \ 2.23 \Rightarrow \varepsilon_1 = \left(\frac{7-3}{2} + \left[\left(\frac{10}{2} \right)^2 + \left(\frac{4}{2} \right)^2 \right]^{1/2} \right) \cdot 10^{-3} = \\ = (2 + 5.4) \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{7.4 \cdot 10^{-3}}}$$

4.



AusgH:

$$w(x) = q(L^2 - x^2)$$

$$w'' = -2q$$

$$FS \ 19.1-3 \Rightarrow \bar{U} = \int_{-L}^L \frac{1}{2} EI (w'')^2 dx + \frac{1}{2} k (w(0))^2 - P w(0) =$$

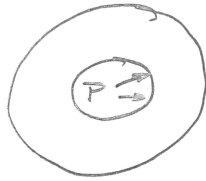
$$= \frac{1}{2} EI \cdot 4q^2 \cdot 2L + \frac{1}{2} k q^2 L^4 - P q L^2$$

$$\frac{d\bar{U}}{dq} = EI \cdot 8qL + k q L^4 - P L^2 = 0$$

$$\Rightarrow q = \frac{P}{L^2} \cdot \frac{1}{8 \frac{EI}{L^3} + k}$$

$$\delta = w(0) = \underline{\underline{\frac{P}{8 \frac{EI}{L^3} + k}}}$$

5.



FS 7.27

$$\begin{cases} \sigma_r(R) = -P = A - \frac{B}{R^2} \\ \sigma_r(2R) = 0 = A - \frac{B}{4R^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \frac{P}{3} ; B = \frac{4}{3} P R^2$$

$$\Rightarrow \sigma_\varphi(R) = A + \frac{B}{R^2} = P \left[\frac{1}{3} + \frac{4}{3} \right] = \frac{5}{3} P$$

$$\sigma_z = \frac{P \pi R^2}{\pi(4R^2 - R^2)} = \frac{P}{3}$$

$$FS 3.1 \Rightarrow \epsilon_\varphi = \frac{1}{E} [\sigma_\varphi - \nu(\sigma_r + \sigma_z)] =$$

$$= \frac{P}{E} \left[\frac{5}{3} + \frac{2}{3} \nu \right] = 1.87 \frac{P}{E}$$

$$\Rightarrow P = \frac{E \epsilon_\varphi}{1.87} = \frac{210 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{1.87} \text{ MPa} = 112 \text{ MPa}$$

6.



$$m \ddot{u}(L) = P - N$$

$$N = EA u'(L)$$

$$FS 12.25, \text{ Ansatz } u(x, t) = f(x) \sin(\omega t)$$

$$\Rightarrow EA f'''' + \beta A \omega^2 f = 0$$

$$\begin{cases} f(0) = 0 ; -m \omega^2 f(L) + EA f'(L) = P_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f = g_1 \cos(kx) + g_2 \sin(kx) ; k = \omega \sqrt{\frac{\beta}{E}}$$

$$f(0) = 0 \Rightarrow g_1 = 0$$

$$\Rightarrow -m \omega^2 g_2 \sin(kL) + EA g_2 \cdot k \cos(kL) = P_0$$

$$u(L) = f(L) \sin(\omega t) = \frac{P_0 \cdot \sin(kL)}{-m \omega^2 \sin(kL) + EA k \cos(kL)} \cdot \sin(\omega t)$$