

Omtentamen i Modern Fysik SH1014

14.00-19.00, 2023-04-14, KTH, Stockholm

Examinator/lärare för SH1014: Torbjörn Bäck (073-7650590),

Tillåtna hjälpmedel: miniräknare + *Matematics Handbook Beta*

Formelblad delas ut tillsammans med tentamenslydelsen

Tentamen består av 8 problem som vardera ger maximalt 5 poäng. För godkänt krävs 20 poäng. Betyget baseras på uppnådd poäng. Betygskriterierna är följande:

A:36-40, B:32-35.5, C:28-31.5, D:24-27.5, E:20-23.5, Fx:18-19.5, F:0-17.5

Motivera dina svar tydligt med uträkningar och text (och bilder när det är lämpligt). Skriv tydligt.

Gör dina egna, rimliga, uppskattningar när det behövs. Det ska framgå tydligt från din text vilka antaganden och uppskattningar du gjort.

Lycka Till!

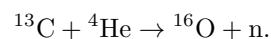
1. Forskaren Liisa arbetar med en detektor som består av en NaI-scintillator och ett fotomultiplikator(PM)rör. Hon vet att ljusfotonerna som skickas ut från NaI-kristallen träffar PM-rörets fotokatod (en tunn metallisk folie) och slår ut elektroner. Liisa funderar på hur valet av material i fotokatoden kan påverka PM-rörets effektivitet.

Efter att ha studerat ljusspektrumet från NaI-kristallen så approximerar Liisa den våglängdsberoende intensiteten, I , till följande gaussiska form:

$$I(\lambda) = Ae^{-(\lambda-\lambda_0)^2/(2\sigma^2)}$$

där $\lambda_0 = 415 \text{ nm}$, $\sigma = 45 \text{ nm}$, och A är en normaliseringskonstant.

- a) Ställ upp den allmänt giltiga formeln för hur elektronernas (som kommer ut från fotokatoden) maximala kinetiska energi, E_{max} , beror på våglängden λ hos inkommande ljusfotoner. [1 p]
 - b) Använd medelvärdet på våglängden hos fotonerna från NaI-kristallen och bestäm motsvarande specifika värde för E_{max} om fotokatoden är gjord av cesium som har utträddelsearbetet 1.95 eV . [1 p]
 - c) Liisa har räknat ut att för cesium så har i princip alla ljusfotonerna från NaI tillräcklig energi för att kunna slå ut elektroner. Men hon funderar på att testa andra material till fotokatoden. För vilka av följande metaller skulle minst 50% av NaI-fotonerna kunna ge tillräcklig energi för att kunna slå ut elektroner, dvs ($E_{\text{max}} > 0$)? Grundämnet anges med utträddelsearbetet i eV inom parentes: Ag(4.26), Au(5.10), Cu(4.53), K(2.29), Mg(3.66), Na(2.36), Pt(5.12), Sn(4.42), Ta(4.00), W(4.32). [3 p]
2. I den s.k. *s-processen*, som pågår inuti vissa stora stjärnor, skapas nya grundämnen genom neutroninfångning kombinerat med beta-sönderfall. För att detta ska fungera krävs något slags naturlig neutronkälla. En möjlig neutronproducerande kärnreaktion som kan förekomma inuti stjärnor är följande:



- a) Beräkna reaktionens Q -värde [3 p]
 - b) Betrakta systemet från masscentrumsystemet och beräkna den kinetiska energin som neutronen får. [2 p]
3. Betrakta en neonatom (Ne) där alla elektroner utom en är borttagna. Elektronen befinner sig i grundtillståndet, dvs $n = 1$.
 - a) Vilken våglängd behöver en inkommande foton ha för att excitera elektronen till ett $n = 2$ -tillstånd? [2 p]

Vi tänker oss nu att samma en-elektron-neonatom befinner sig i 2p-tillståndet. Då har vi följande radiella vågfunktion:

$$R_{2p}(r) = \frac{1}{(2a_0/Z)^{3/2}} \frac{Zr}{\sqrt{3} \cdot a_0} e^{-Zr/2a_0}$$

Notera att formen från formelbladet här är modifierad med atomtalet Z för att ta hänsyn till laddningen hos atomkärnan.

- b) Bestäm den mest sannolika radien, r , för Ne-atomens elektron i 2p-tillståndet. Ange svaret i enheten a_0 . [3 p]
4. Fysikstudenten Agaton har byggt en fin drönare med en myondetektor på. Med den så tänker han försöka mäta myonens halveringstid. Agaton antar förenklat att alla myoner rör sig rakt ner mot jordytan och att de alla har bildats ovanför 3000 meters höjd. Agatons kompis Liisa har redan mätt de kosmiska myonernas hastighet så han använder hennes värde som är 99.5% av ljushastigheten. Agaton kör upp sin drönardetektor i luften och mäter upp 1165 myoner per minut vid en höjd över marken på 300 meter och 1230 myoner per minut vid höjden 850 meter.
 - a) Hur många myoner per minut borde Agaton kunna mäta upp vid jordytan? [2 p]
 - b) Beräkna myonernas halveringstid $t_{1/2}$ (i deras eget inertialsystem.). [3 p].

5. Forskaren Pi använder röntgendiffraktion för att studera en okänd kristall. Den okända kristallen är preparerad så att atomplanet ligger upplinjerat i ytan och den har ett avstånd mellan atomplanen, d , på 0.425 nm. Röntgenröret består av en elektronkanon i vilken elektroner accelereras över ett spänningsgap med spänningen U och sedan träffar en anod av koppar. Från anoden så skickas röntgenstrålningen ut som en kollimerad stråle som Pi sedan låter falla in mot kristallen med glansvinkeln (vinkeln mellan ytan och strålen), θ .

a) Vilken är den kortaste våglängd, $\lambda_{\min}$, som röntgenstrålningen kan få vid en accelerationsspänning på 20 kV? [1 p]

b) K_{α} -linjen i koppar har en våglängd, λ_{α} , på 0.1549 nm. Bestäm den minsta vinkel θ för vilken Braggvillkoret är uppfyllt för denna kristall med λ_{α} . [2 p]

c) Pi skulle vilja använda även neutrdiffraktion för att studera kristallen, men är lite osäker på hur hög neutronenergi som behövs. Hjälp Pi genom att bestämma den kinetiska energin (i enheten eV) som för en neutron ger en de Broglie-våglängd identisk med den ovanstående λ_{α} . [2 p]

6. En partikel med massan m befinner sig i en endimensionell potential, $U(x)$. Partikelns vågfunktion kan skrivas:

$$\psi(x) = \begin{cases} Axe^{-x/2} & \text{för } x > 0 \\ 0 & \text{för } x \leq 0 \end{cases}$$

a) Normera vågfunktionen, dvs bestäm konstanten A . [2 p]

b) Bestäm potentialen $U(x)$ samt partikelns energi, E . [3 p]

7. Två partiklar, den ena med vilomassan $m_1 = m$, och den andra med vilomassan $m_2 = 2m$, rör sig i labbsystemet rakt emot varandra med hastigheterna v_1 respektive v_2 .

Betrakta nu det speciella fall där labbsystemet är identiskt med masscentrumsystemet för de två partiklarna.

a) Ta fram ett analytiskt uttryck för hur (v_1/c) beror av (v_2/c) - [3 p]

b) Med förutsättningar som ovan, beräkna (v_1/c) för $(v_2/c) = 0.6$. [1 p]

c) Med förutsättningar som ovan, beräkna (v_1/c) för $(v_2/c) = 0.001$. [1 p]

8. För ca 50 år sedan, i början av 1970-talet, så upptäckte Arne Johnson, då en ung doktorand på KTH, att tröghetsmomentet hos roterande atomkärnor ibland ändrar sig snabbt och dramatiskt i samband med att en kärnan ändrar sin rotationsenergi. Detta spektakulära fenomen kom att kallas *backbending*.

Roterande atomkärnor beskrivs med en liknande kvantformalism som roterande molekyler. Men till skillnad från molekyler så kan kärnornas tröghetsmoment inte direkt räknas ut från massorna. Tröghetsmomentet beror på atomkärnans inre struktur på ett icke-trivialt sätt, men det kan bestämmas experimentellt. Rotationsenergierna för en deformerad atomkärna ges av:

$$E_{\text{rot}} = \frac{\hbar^2}{2J} I(I+1),$$

där J är tröghetsmomentet och I är atomkärnans spinnkvanttal. Roterande atomkärnor byter spinn i steg om $\Delta I = 2$, och vi har tillstånden I^π (π markerar pariteten): $0^+, 2^+, 4^+, 6^+, \dots$ där 0^+ motsvarar grundtillståndet.

a) En roterande atomkärna har ett exciterat 2^+ -tillstånd vars rotationsenergi ligger 84 keV högre än grundtillståndet. Beräkna tröghetsmomentet. Ange svaret i SI-enheter. [2 p].

Med gammaspektroskopi så kan vi mäta upp energin mellan övergången från kvanttillståndet för ett visst spinn I och tillståndet under, dvs $I \rightarrow I-2$. I ett gammaspektrum till den roterande kärnan ^{162}Er har följande gamma-övergångar observerats (enhet keV): 102, 228, 337, 430, 506, 562, 581, 546, 555, 616. I tur och ordning så motsvarar dessa gammaenergier spinn-övergångarna $2^+ \rightarrow 0^+$, $4^+ \rightarrow 2^+$, ..., hela vägen upp till $20^+ \rightarrow 18^+$.

b) Beräkna tröghetsmomentet för ^{162}Er både vid låga och höga spinn och jämför. Hur stor procentuell förändring av tröghetsmomentet kan vi observera mellan låga och höga spinn? [3 p]