

SK1104 Klassisk fysik

Lösningsförslag till tentamen

Fredagen den 14 april, 2023, 08:00-10:30

Del A - 1p per deluppgift

1. a) Ljudintensitetsnivån β definieras från ekvationen

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \text{där} \quad I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

Om vi låter den ljudintensitet som når ägarens öra vara I_1 och den som når grannens öra vara I_2 , får vi att skillnaden i motsvarande ljudintensitetsnivåer är

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} - 10 \log \frac{I_2}{I_0} = 10 \log \frac{I_1}{I_2}$$

Eftersom bilens larm kan betraktas som en punktkälla och således ger upphov till en sfärisk våg, gäller att intensiteten går som r^{-2} och vi har att

$$I \propto \frac{1}{r^2} \quad \Rightarrow \quad \Delta\beta = 10 \log \frac{I_1}{I_2} = 10 \log \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

där r_2 och r_1 är avståndet från larmet till grannen respektive till ägaren. Insättning av värden ger slutligen att

$$\Delta\beta = 10 \log \frac{15,0^2}{2,0^2} \text{ dB} = 17,5 \text{ dB}$$

b) De båda korrekt svaren är

1. Frekvensen är högre än 100 THz.

4. Vågen utbreder sig varken i luft eller i vakuum.

c) Båda strålarna reflekteras mot tätare medium ($n_1 > n_0$ och $n_2 > n_1$), vilket ger ett fasskift på vardera π radianer, vilka dock tar ut varandra eftersom vi ska beräkna skillnaden i fas. Fasskillnaden beror således enbart på den optiska vägskillnaden och vi har att

$$\Delta\Phi = k \cdot \Delta L = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2n_1 d \quad \Rightarrow \quad \Delta\Phi = \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 1,37 \cdot 1,50}{0,700} \text{ rad} = 36,9 \text{ rad}$$

Del B - 4p per uppgift

2. Enligt uppgiften befinner sig objektet som ska avbildas långt framför lins A. Därför kan vi med god approximation anta att objektavståndet till den första linsen är oändligt stort ($s_1 = \infty$). Linsformeln på den första linsen ger då att

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{f_1} \quad \Rightarrow \quad s'_1 = f_1 = -8,1 \text{ cm}$$

Bilden till första linsen ligger således 8,1 cm framför den andra linsen (avståndet mellan linserna i den akromatiska dubbletten. Eftersom bilden till första linsen utgör objekt till andra linsen och eftersom den andra linsen hos den akromatiska dubbletten befinner sig precis bakom den första linsen, får vi att objektavståndet till andra linsen är $s_2 = -s'_1$. Linsformeln på andra linsen ger då att

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{-(-8,1 \text{ cm})} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{4,8 \text{ cm}} \Rightarrow s'_2 = 11,8 \text{ cm}$$

Bilden från de första båda linserna kommer då att hamna $11,8 - 8,0 \text{ cm} = 3,8 \text{ cm}$ bakom den tredje linsen (Barlowlinsen), vilket ger att bildavståndet till Barlowlinsen är $s_3 = -3,8 \text{ cm}$. Förstoringen hos Barlowlinsen ges av

$$M = -\frac{s'_3}{s_3} \Rightarrow s'_3 = -M \cdot s_3 \rightarrow s'_3 = -2,0 \cdot (-3,8) \text{ cm} = 7,6 \text{ cm}$$

Linsformeln på Barlowlinsen ger slutligen att

$$\frac{1}{s_3} + \frac{1}{s'_3} = \frac{1}{f_3} \Rightarrow \frac{1}{-3,8 \text{ cm}} + \frac{1}{7,6 \text{ cm}} = \frac{1}{f_3} \Rightarrow f_3 = -7,6 \text{ cm}$$

3. Från den symmetriska geometrin får vi att den infallande strålen träffar den sneda ytan med en infallsvinkel som är $\theta_i = 45^\circ$. Brytningslagen ger då att:

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_b \Rightarrow \theta_b = \arcsin \left(\frac{n_1 \sin \theta_i}{n_2} \right)$$

Vi har nu två fall:

1) Ljuset i plastbiten ($n_1 = 1,50$) faller in mot luft ($n_2 = 1,00$)

$$\theta_b = \arcsin \left(\frac{1,50 \cdot \sin 45^\circ}{1,00} \right) = \arcsin(1,06)$$

Eftersom denna ekvation saknar lösning, kommer vi att få totalreflektion av denna stråle. Av symmetrin följer då att det även blir totalreflektion i den andra ytan. Med en infallande intensitet I_0 , kommer den reflekterade intensiteten att bli $I_1 = I_0$.

2) Ljuset i plastbiten ($n_1 = 1,50$) faller in mot vatten ($n_2 = 1,33$)

$$\theta_b = \arcsin \left(\frac{1,50 \cdot \sin 45^\circ}{1,33} \right) = 52,9^\circ$$

En viss del av intensiteten kommer således att transmittas in i vattnet och en viss del kommer att reflekteras. Eftersom det infallande ljuset är opolariserat och andelen av det reflekterad ljuset beror av polarisationsriktningen, behöver vi dela upp reflektionen på de båda polarisationsriktningarna. Hos opolariserat ljus är alla riktningar av det elektriska fältet lika sannolika, varför vi kan ansätta att de infallande intensiteterna är $I_0/2$ både för det parallellt och för det vinkelrätt infallande ljuset. Enligt Fresnels formler har vi nu att

$$R_p = \left(\frac{\tan(\theta_i - \theta_b)}{\tan(\theta_i + \theta_b)} \right)^2 \Rightarrow R_p = \left(\frac{\tan(45 - 52,9)}{\tan(45 + 52,9)} \right)^2 = 3,69 \cdot 10^{-4}$$

$$R_s = \left(\frac{\sin(\theta_i - \theta_b)}{\sin \theta_i + \theta_b} \right)^2 \Rightarrow R_p = \left(\frac{\sin(45 - 52,9)}{\sin(45 + 52,9)} \right)^2 = 0,0192$$

Eftersom det reflekterade ljuset sedan faller in med samma infallsvinkel (45°) även mot den andra ytan, får vi att den totalt reflekterade intensiteten är

$$I_2 = \frac{I_0}{2} \cdot (R_p^2 + R_s^2) \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{I_2}{I_0} = \frac{1}{2} (R_p^2 + R_s^2)$$

Insättning av värden ger slutligen att

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{2} ((3,69 \cdot 10^{-4})^2 + 0,0192^2) = 1,8 \cdot 10^{-4}$$

4. Förändringen i ljudintensitetsnivå beror på att snöskotern är i rörelse. Enligt definitionen av ljudintensitetsnivå, har vi att

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2}$$

Eftersom intensiteten för en viss given frekvens kan tecknas

$$I = \frac{1}{2} \rho v (\omega A)^2 = \frac{1}{2} \rho v (2\pi f A)^2 \Rightarrow I \propto f^2$$

blir skillnaden i ljudintensitetsnivå

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{f_1^2}{f_2^2} = 20 \log \frac{f_1}{f_2} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = 10^{(\beta_1 - \beta_2)/20}$$

Denna ekvation ger således förhållandet mellan de utsända frekvenserna och detta förhållande är detsamma oberoende av vilken frekvens som vi betraktar bland de många frekvenser som snöskotern avger! Betrakta de båda fallen när snöskotern närmar sig respektive fjärmar sig med maxfart från observatören. Då gäller att

$$\frac{f_1}{f_2} = 10^{38,4-37,6)/20} = 10^{0,04}$$

Att frekvensen ändras beror på Dopplereffekten och för en källa i rörelse och en observatör i vila gäller att

$$f_L = \frac{v}{v \pm v_s} f_s$$

där v är ljudfarten, v_s är snöskoterns maxfart och f_s är den utsända frekvensen. Med tanke på att vi har ett minustecken när snöskotern närmar sig och ett plustecken när den fjärmar sig i denna ekvation, får vi att

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{v}{v - v_s} f_s}{\frac{v}{v + v_s} f_s} = \frac{v + v_s}{v - v_s} \Rightarrow v_s = \frac{\frac{f_1}{f_2} - 1}{\frac{f_1}{f_2} + 1}$$

Ljudfarten beräknas ur ekvationen

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{1,40 \cdot 8,314 \cdot 271,25}{28,8 \cdot 10^{-3}}} \text{ m/s} = 331 \text{ m/s}$$

vilket slutligen ger att

$$v_s = \frac{10^{0,04} - 1}{10^{0,04} + 1} \cdot 331 \text{ m/s} = 15,2 \text{ m/s} = 55 \text{ km/h}$$